

# 中国の数学と日本の数学

小松彦三郎

2008年3月13日

2008年は江戸時代の数学者関孝和の没後300年に当たり、日本数学会と日本数学史学会は共同して記念事業を計画している。1月19日から新宿歴史博物館で開く特別展「関孝和と和算の世界」を皮切りに、一年の間、東京理科大学近代科学資料館、江戸東京博物館、国立科学博物館等と会場を変えながら、江戸時代から現代までの日本の数学について展会や講演会を開く。

これに合せて8月25日から31日まで東京理科大学神楽坂校舎で「関孝和三百年祭記念数学史国際会議」を開催する。私はこの会議の責任者として、外国人、特に中国からの参加者の支援を日中科学技術交流協会にお願いしたく、その立場でこの会議の主な主題となる中国と日本の数学の歴史のあらましを紹介する。

## 1. 古代中国の数学

個人的な体験から始めるのを許して頂きたい。子供の時から、図鑑などで見る古代の遺跡がどれも不毛の砂漠か塩田のようにしか見えないのに、なぜこのような所で大帝国が栄えたのか不思議だった。

私は疎開学童の世代で、戦争中高知の山奥に住む伯母のもとに預けられた。男手がいなくなった疎開先では、子供も労働力として、夏には田んぼの雑草を取る仕事、秋には害虫の退治を手伝わされた。長じてスタンフォード大学近くの庭付きの家に住んだときは、水やりさえ気をつければ、雑草は生えてこないし、害虫も管理できることを体験して乾燥地農業の労働生産性の高さを実感した。しかし、

その水は、200キロもかなたのシエラネヴァダ山脈に降った雪解けの水を引いてくるのである。

古代の帝国ではどこでも、その広大な領土の住民から公平に税金を徴収し、代って灌漑施設を整え、新しく農地を開拓するために高度の数学を必要とした。特に帝国建設の時期はそうであった。そのための学校が作られ、教科書が書かれた。しかし、生産設備が整い、建設の技術が王の墓やその他の記念建造物にしか使われなくなると、もともとなった数学はたちまち衰え、教科書類も消えてしまう。数学について一番古い記録は、今のイラク、メソポタミアから発掘された紀元前2000年頃の楔形文書にある。これはたまたま火に会った粘土板が瀬戸物として残ったもので、全容はわからない。それでも古いものほど高度で、時代が下がれば退化していった様子が読み取れる[1]。

中国では漢代に編集された官吏のための教科書『九章算術』[2]がほぼ完全な形で残っている。また、これより古い『算数書』[3]が1983年に前漢の墓から発見された。これらの本の内容は2000年も前に書かれたとは信じられないほど程度が高い。『九章算術』の第七章「盈不足」では2元連立1次方程式をクラメルの公式で解き、次の「方程」では一般の多元連立1次方程式をガウスの消去法で解く。与えられた方程式の係数が正であっても、この過程で負の数が係数となる方程式に変換されることがある。銭[4]は0や負数の起源はここにあるとし、これがインドに伝わってインド数字になったと推測している。私

も賛成である。

『九章算術』の最終章「勾股」は直角三角形が対象で、2次方程式を解く問題が現れる。2次方程式を算木の運用で解くここにある方法は後に高次代数方程式の解法に拡張され、それが江戸時代の日本の数学の出発点となった。

ピタゴラスの定理を元に2次方程式を立て問題を解く事は前20世紀のパピロニアでも行われていた。ところが、現在の我が国の中学校では、一般の数を係数とする2次方程式を解くことは学習指導要領により禁止されている。

『算数書』や『九章算術』の本文は、問題、その答、及び問題の数値を使って答を計算する術だけが書かれており、なぜそのようにして計算すれば答が得られるのか、理由を説明することはめったにしない。これは、ユークリッドの『原論』[5]が数値のない命題の証明ばかりであるのと著しい対照をなすと言われてきた。しかし、263年に劉徽が『九章算術』につけた注釈を込めると違ってくる。そこでは、至る所で原文の誤りが訂正され、正しい命題のほぼ全てに証明があり、さらに球に関わる問題のように当時の数学では正しい答が得られなかったものに対しては、正直に分らないと書いてある。

劉徽がここで計算した円周率の近似値3.1416も、この後祖冲之(429-500)が得た3.1415927も共に当時の世界記録である。後の記録は1000年間破られなかった。併せて近似分数355/113を得た詳細を論じた祖冲之の著書『綴術』は『九章算術』などと共に、中国の唐朝、朝鮮の新羅、我が国の奈良朝で官吏のための学校、算学の教科書として用いられた記録がある。ところが、656年に完成

した正史隋書「律曆志」に既に「著わす所の書、名を『綴術』と爲す。学官に能く其深奥を究むるはなし。是故に廃して理(おさめ)ず」と書かれる有様で、この本は理解する人がいないままに三国共に滅んでしまった。

『九章算術』は自然数に対する四則は既知として書かれている。分数の計算についても詳しい説明はない。当然もっと初等的な所から始める教科書が必要になる。唐代にはこの需要をみたす教科書類が調べられ、『九章算術』や『綴術算経』を含めて『十部算経』あるいは『算経十書』と呼ばれた。

## 2. 宋元代の数学

次いで宋、元の時代に中国の数学は新しい発展をとげた。現在の中国人は宋元代を未だ古代と時代区分するようであるが、私には納得できない。私の理解する所では土地に縛られた農民を直接国家が支配するのが古代であり、有名な画卷「清明上河図」に描かれた北宋の首都開封の賑わいは、このイメージからほど遠い。むしろ2,3世紀後、ルネサンス期のイタリアの街を想わせる。

手工業、そして必ずしも国家管理ではない貿易などの商業が発展、税金を含め万事が金銭で決済されるようになると、全ての人々がお金の勘定をしなければならなくなる。計算が複雑な分数は嫌われ、細かい単位を付け加えた十進小数に取って代わる。そして、だれもが計算法を身に付けることができるように、掛け算の他、割り算の九九などが口調で覚えられるように工夫されていった。このようにして数学の担い手は国家から民間に移る。

そして高次の一元代数方程式の数値解法である「開方術」と、このような代数方程式の

立て方である「天元術」が確立されていった。役人の仕事は『九章算術』を暗記して類題の数値を変えるだけで済んだのが、例えば利子がかからむ問題ではそうはいかなくなったためであろう。

「開方術」は『九章算術』にある2次方程式の解法の延長である。零や負の数も数と認め、係数の正負に拘わらず統一的に扱えるようになるにはしばらく時間がかかったが、秦九韶の『数書九章』(1247)としてでき上がったものは19世紀のホーナーの解法と同じである。「天元術」の書物としては李冶の『測円海鏡』(1248)と『益古演段』(1259)、朱世傑の『算学啓蒙』(1299)と『四元玉鑑』(1303)が今日まで伝えられている。

### 3. 明末清初の数学

明の太祖朱元璋は大商人と知識人たちを憎み徹底的に弾圧した。たわいのないことを理由に命を奪い、累は建国の功臣、親族にも及んだ。書物も同じで、宋元代の算書としては上に述べたものの他にわずかに楊輝が宋末に出版した本を集めた『楊輝算法』(1378)が残っているだけである。これは『算学啓蒙』と同様15世紀に李氏朝鮮で復刻されたために生き延びることができた。

朱元璋は貧しい農民の出で、貨幣経済の下、富が自らは物を作らない少数の商人たちに集中し、その中で知識人たちは国家に寄食しながら、皇帝、官僚と人民に対し守られもしない道義を説くのに我慢がならなかったのである。他方、物作りに関わる農業と手工業は保護した。次の永楽帝になると大規模な海外貿易にも乗り出した。

これらに必要な数学も守られた。当時の教科書として、呉敬の『九章算法比類大全』

(1450)と程大位の『直指算法統宗』(1593)が残っている。共に、章建ては『九章算術』に倣って、これに初等的な計算法を補い、更に当時の人々が必要とした問題と解法を加えている。解法を当時の流行歌の旋律にのせて歌えるようにした点も共通している。

珠算がいつ生まれたのか判然としないが、『算法統宗』は計算法として珠算を全面的に取り入れ、そのためにこの本は中国ばかりでなく、広く日本を含む漢字文化圏に普及した。

しかし、全般的にみて明末まで中国の科学は停滞する。高次の代数方程式を扱う「開方術」も「天元術」も理解する人がいなくなってしまった。『算法統宗』は昔の書物からパスカルの三角形を引き写しながら、何のためにあるのか分からないと書く有様である。それでも2次方程式まで忘れてしまったのではない。

その中で、明末清初の一時期皇帝や政府高官たちがイエズス会の宣教師たちから直接西洋の科学技術を学ぶことが起きた。動機は当時の大統暦が天行に一致せず、さりとて元以来の授時暦も回暦も合わないという事態にも関わらず、暦官たちに為す術がなかったためである。

徐光啓(1562--1633)はマテオ・リッチ(1552--1610)にユークリッドを学び、前6巻の漢訳『幾何原本』(1607)を出版、さらにアダム・シャルルたちを用い、『崇禎曆書』137巻を完成、明の末年に新暦ができた。これは翌1645年清の順治帝により「時憲暦」の名で発布された。

清の康熙帝(1654--1722)はフランス人宣教師ブーヴェたちに学び、1721年『御製数理精蘊』53巻『御製曆象考成』42巻等を完成させ、これらは次の雍正帝の元年に出版された。

御製というのは看板でなく満州語への翻訳には実際に関わっていたことが明らかにされている[6]。この間、梅文鼎(1633--1721)は、このようにして輸入された西洋の数学と暦学を中国の伝統の中に組み入れる仕事を行い、膨大な著作を残した。

中でも『暦算全書』(1723)は直ちに日本に舶来され、日本人が西洋の数学、暦学を知る窓口になった。ただし、カトリックの宣教師たちを経て得られたこれらの知識は、デカルト、ガリレオに始まる科学革命以前のものであり、日本人の判断を誤らせた可能性がある。同じ事は中国人についても当てはまる。『数理精蘊』には「借根方比例」という名前で代数学が紹介されている。この原語はアルジバタで、その意味は「東来法」だと康熙帝に聞かされた梅文鼎の孫梅穀成は、これではじめて古典にある「天元一」の意味が理解できたが、同時に代数学の起源は中国にあると信ずるようになった。そして、以後多くの中国人数学者の関心は西洋に学ぶより、中国の偉大な古典を復活させ、その意味するところを深く詮索する方向に向かっていった。

例外は、三角関数及びその逆関数の冪級数展開である。フランス人ジャルトゥーが1710年に証明なしに3つの展開式を伝えたのに対し、モンゴルの数学者明安図はその証明を試み、永年の辛苦の後、他の6つの展開式と共に証明を与えることに成功した。死後の1774年弟子が『割円密率捷法』を完成させたが、出版には更に時間がかかった[4][7]。彼が発見した新しい級数の中には、1722年建部賢弘が発表した日本最初の冪級数展開が含まれている。

この後も中国人数学者たちは冪級数展開を利用して楕円の周長を計算するなど多く

の業績を挙げた。これらが彼らのオリジナルな仕事であったことは間違いない。しかし、発表の時点で世界最初であったものは多くない。

#### 4. 江戸期以前の日本の数学

戦国末期まで日本には数学がなかったというのが歴史家の定説である。これより古い数学書で今日まで伝わるものがないという意味では真実であるが、本当になかったのではない。

239年に倭の女王卑弥呼は三国魏に使者を送った。続いて、彼女の墓と信じられている箸塚古墳を手初めに、巨大な古墳が日本中で造営されるようになる。『日本書記』は、この墓を「昼は人が作り、夜は神が作った。人民は相継いで手渡しで石を運んだ」と記す。それまでと隔絶した技術で工事が行われ、人民はそれを歓迎し、協力したと解される。この後に灌漑用の池の造成がいくつか記録されているところから判断すれば、輸入された新技術は精密な測量に基づく大土木事業用の技術であったと思われる。同じ魏の劉徽が『九章算術』に注を付けたとき、欠けていた測量術を補うため『海島算経』を書いたが、その原型のようなものがもたらされたのであろう。

日本の大規模な農地造成は湿原の干拓で行われた。大和政権の経済的な基盤は、河内平野から奈良盆地に至る大和川流域の開発に成功したことにある。そして、その技術は日本中どこでも使えるものであったために国家統一に成功したのである。実際、日本の大河川の河口近くは、ほとんどすべて人工の放水路になっている。『日本書記』は次の大工事であった淀川の改修を仁徳天皇の業績と

している。

下って8世紀には天武・持統朝によって律令制が確立され、戸籍、地籍と共に班田図という大縮尺の地図が作られた。この地図は、律令制のお手本となった唐にも例を見ないものであったが、班田制度が崩壊した10世紀以降も永く国司の下に継承された[8]。日本の農業は耕作者が永く一所懸命になって世話をするのでなければうまく行かないが、その権利を公的に認めるのに役立ったためである。

律令制でできた式部省の下には、官僚養成のための大学寮が置かれ、数学を専攻する「算道」では2人の算博士が30人の算生を教えた。教科書には『九章』『海島』『綴術』などが用いられた。しかし、平安末期には形骸化してしまい、世襲の算博士だけが残った。

## 5. 吉田光由の『塵劫記』

我が国固有の数学は江戸時代になって漸く興る。摂津瓦林から京都に移り住んで割り算の塾を開いていた毛利重能が1622年『割算書』を出版したのがほぼ最初の記録である。この門下にいたことがある吉田光由は、1627年「塵劫記」[9]を出版して非常な成功を収めた。これから数学は一挙に全国に普及する。光由は京都嵯峨に本拠があった角倉吉田家の一員で、木活字および木版による印刷、出版は既にここで始まっていた。『塵劫記』をその海賊版と区別するために色刷りの版を出したりしたのが、やがて浮世絵版画につながる。

もう一つの対策は、答えがない問題を巻末に置き、答えが出せるかどうかによって師匠を評価せよというものであった。自信のある師匠は答えを載せた本を出版し、自身も答え

のない問題を添えるという習慣がずっと続いた、光由が1641年に出版した『新篇塵劫記』に始まるこの伝統を遺題継承という。日本の数学はこれによって大いに進歩した。

光由は『算法統宗』や『算学啓蒙』を参考にしてこの本を書いたようであるが、引き写したような所はない。珠算で平方根や立方根を求める方法まで書いているが、天元術はない。

## 6. 沢口一之の『古今算法記』

天元術が紹介されている『算学啓蒙』と、現在の受験参考書に似ていろいろな題材が扱われている『楊輝算法』の朝鮮版は、おそらく秀吉の朝鮮出兵の際に日本にもたらされた。現在は筑波大学中央図書館に収蔵されている。

このうち『算学啓蒙』は、1658年に久田玄哲が訓点付きで翻刻出版し、1672年には星野実宣が注解付きで出版した。しかし、この本の内容をどれだけ理解して注解を付けたのか疑わしいところがある。代数方程式の解法である「開方術」は、昔からある開平方、開立方の術の延長上にあり、数係数の一元代数方程式が対象である。未知数の冪の係数は算盤上の算木で表され、冪数は置かれた算木の算盤上の上下の位置で示されるだけである。そのため、未知数そのものが置かれるべき場所を明示するため、未知数の名前を言ってそこに係数1を表す算木を置くことから始める。これを「天元の一を立て、何々と為す。」といったが、その解釈があいまいである。

また、数学の問題はすぐに未知数の数が複数の多元方程式になる。その場合、連立方程式をそのまま算盤上で表現し、処理することはできない。これを一元方程式に還元するに

は補助の未知数の消去が欠かせない。『算学啓蒙』では、簡単な場合について数式を言葉で表現し、消去を実行しているのであるが、この辺りを理解するのが難しかったようである。

実は、朱世傑のもう一つの著書『四元玉鑑』は、算木を布く算盤を2次元的に使い、四つまでの未知数を含む連立代数方程式を解いた例を集めた本であったのであるが、これは日本には来なかったとされている。その上、この方法はいつも成功するとは限らない。

これらの困難を克服して「天元術」をわが物にした最初の人には京都に在住の沢口一之である。1670年に書かれた7巻本『古今算法記』[10]の最初の3巻は普通の算書であるが、後半の3巻では佐藤正興の『算法根源記』(1669)の遺題150問に答える形で、複数の文字に関する整式を漢文で表記する標準を定め、あいまいさを残すことなく消去を行ってみせた。

現在われわれの使うデカルト流の数式表現では括弧が欠かせない。ところが、漢文には括弧に相当するものがない。この困難を切り抜けるため、沢口は今日の論理学で言うポーランド記法と同じものを発明し使っている。

また、『算法根源記』では既知数が具体的な数値として与えられていたが、沢口の解答では、既知数も文字で表して方程式を立て、補助の未知数消去までを行っている。

沢口はさらに第七巻として、とびきり難しい遺題15問を付けて当時の数学者達に挑戦した。

## 7. 関孝和の『發微算法』

1674年江戸にいた関孝和は『發微算法』[11]を出版してこれに応えた。第14問では6つ

の未知数に対する1つの6次式と5つの3次式からなる連立代数方程式を解かなければならない。関は5つの未知数を消去した単独方程式が1458次になることを示したが、さすがにこれを解くことまではしていない。ごく最近までだれにもできなかった。もと富士通研究所にいて、現在は神戸大学でコンピュータによる数式処理を研究している野呂正行さんたちのグループに計算してもらったところ、これより簡単な方程式にはならないこと、そして元の連立方程式はただ1組の正数解をもつことを確かめてくれた[12]。

『發微算法』は不親切な本である。上の第14問など、解法の方針が書いてあるだけで、面倒な計算の詳細は殆ど省略してある。方程式は、同じものを2通りに表わして両辺に置き、一方を移項して得られる。天元術では同じ量を2通りに表せばよいが、『發微算法』では問題の条件から導かれる同じ意味をもつ2つの数式を使う。ところが、関は片側の計算結果しか書かず、それが意味するもう一方の数式の計算は読者に任せて、最後に書かなかった方のこれとこれが等しいから書いてある2式が等しく方程式は得られたと書く。沢口流の漢文による数式表現を使ってもう片側の計算を書いたのでは止めどもなく長くなるのを嫌ったのであろうが、読者は戸惑うばかりである。

11年後の1685年弟子の建部賢弘(1664~1739)が『發微算法演段諺解』を出版してようやく理解されるようになった[11]。ここでは「傍書法」という算木の横に係数となる文字を書く数式表現が使われ、以後の日本の数学の基礎となった。相変わらず括弧はなく、最初は割り算のための棒線もなかったが、幕末には直角だけ回転させればデカルト流に

なる数式表現が使われるようになった。この点では中国の洋書の翻訳書より進んでいたといえる。

しかし、『發微算法』も、『四元玉鑑』と同様、うまくいった結果が書いてあるだけでいつも適用できる解法は与えていない。

これについては、1683年重訂という日付をもつ関孝和の『解伏題之法』が世界最初に発表された消去の一般理論となった。未知数の消去には普通2つの方程式を使い、共通に使われている未知数を消す。これらの方程式が広い意味で共通の解をもつために方程式の係数が満たさなければならない方程式を終結式という。関はこの終結式を初めて一般的に定義し、更にこの計算に自然な形で行列式が現れることを示した。フランスでベズーが同じ理論を発表した80年ほど前のことである[13]。

この間、田中由真(1651~1729)たち京阪に在住した数学者も関や建部に対抗して独自の消去理論を作っていた。田中は『算法明解』(1679)を発表し、沢口の遺題に対する別解を与え、次数の低い方程式系の終結式を導入した。これは関より早い。『解伏題之法』には5次の行列式の計算に間違いがあったが、田中は『算学紛解』(1690頃)でこれを正している。

しかし、計算法としては正しくても、本来の消去理論との自然な関係は失われた。この流れをくむ伊関知辰の『算法發揮』(1690)は行列式及び消去の理論に関する世界最初の刊本である。

このようにして、代数方程式を用いて定式化される問題は、解があるならばすべての解を求める手段ができた。これはデカルトが『幾何学』(1637)で夢想した数学の姿そのものである。関と建部賢弘、賢明(1661~1710)

兄弟はこれを期にすべての数学を包括する大著作を計画、28年を費やして1711年に『大成算経』全20巻を完成させた。本来ならばこれは直ちに印刷出版されて日本の『原論』となるべき労作であったが、そうはならなかった。わずかな数の写本が作られ、御三家の図書館とごく少数の数学者の所蔵になったまま、殆どだれにも読まれずに300年が過ぎてしまった。

## 8. 円理

吉田光由が『新篇塵劫記』に出題した最初の遺題の中には、円形の屋敷を平行な2つの弦で切って3人に分け、それぞれを決められた面積にせよというものがある。円を弦で切って得られる弓形の図形の面積は既に『九章算術』でも扱われており、そこでの公式  $(弦 + 矢)/2$  が使えるのであれば簡単であるが、この公式は粗い近似式にすぎず、実際は代数的な関係にもならないところに問題の難しさがある。『算法根源記』の遺題の中にも同種の問題があり、沢口一之は、これらは円理を要する問題であるからという理由で『古今算法記』の中で解答を与えることを拒否した。これが円理という言葉の初出である。

江戸時代には弓形の平面図形を弧といい、円弧の部分を弧背または単に背と呼んだ。ここでも同じ用語を使うと、弦と矢から背がわかれば弧の面積は簡単に求められる。弦と矢から直径を求めるのも簡単であるから、直径を1に固定して、矢と背の関係が分かれば良い。例えば、矢が1のときの背の値は円周率である。

江戸時代の円理の研究は村松茂清の『算俎』(1663)に始まる[14]。彼は内接する正方形から始めて次々に角数を倍増した正多角形の

周長を計算し、正 32768 角形の周長として 3.14159264877 を得た。そして、日本ではそれまで 3.16 を用いてきたが、これを捨て 3.14 にせよと書いている。理由は、祖冲之が 3.142857 餘と究めて以来人々はこの法を用いてきた。冲之の術の本源は知らないが、自分の計算と一致するところまでは認めようというのである。村松が祖冲之の密率 355/113 と約率 22/7 を取り違えたのは『算学啓蒙』に責任がある。

関孝和は『算俎』をよく研究したようである。若いときに書いた遺稿を没後弟子の荒木村英たちが編集出版した『活要算法』(1712)の第 4 巻には、この計算を更に正 131072 角形まで続けた結果と、はなはだ収束の遅いこの数列の収束を最後の 3 項を使って加速させて得た結果 3.14159265359 微弱があり、これから祖冲之の密率を導いている。

同じ方法は任意に矢を与えたとき対応する背を求めるにも使える。関は、更に、直径が 1 尺の円で矢が 1 寸、2 寸、3 寸、4 寸及び 4.5 寸の場合の背をこの方法で求め、これらの値を補間する有理式をつくり、手間を掛けることなく矢から背を計算できる方法を与えた。これを用いれば『新篇塵劫記』の問題もあまり大きな誤差なく代数的に解くことができる。

## 9. 建部賢弘の『綴術算経』

建部賢弘が書いたと思われる『大成算経』巻之十二「形率」では上の結果がもっと手際よく再現されている。円周率の計算では、収束加速法の改良によって、正 512 角形までしか使わずに

3.141592653589793238462643

強を得ている。

近似分数の計算にも賢明によって連分数展開の方法が導入された。

1722 年の日付をもつ『綴術算経』では円周率の計算に更に改良を加え、正 1024 角形までを使って小数点以下 40 桁を計算している。

この本は、本来数学の方法を論じた本である。ここで建部賢弘は、天下り式に術を与え、答数を得る旧来の数学を批判し、答数から術を発見する方法も、織物の経(たていと)と緯(よこいと)の関係に似て、同様に重要であると論じた。そして、その最大の例証として与えたのが、微小な矢に対する背を解析して得た自分自身の発見、半背冪、即ち、背の半分 of 自乗は矢の冪級数に展開できるという事実である。賢弘は祖冲之も同じ発見をしたに違いないと思ったのであろう、失われた本の書名「綴術」をとってわが書名とした。

建部が得た結果は、矢が 1 忽=0.000001 のとき半背冪が

0.00000100000003333335111112253969066667  
282 3477694795 95875

となることであったが、彼はこれが 1, 1/3, 8/45, 4/35, 128/2079, . . . と規則的に定まる係数をもつ 1 忽の冪級数に等しいことに気付き、矢が他の数の場合にも同じ係数の冪級数に展開できることを発見した[15]。

後に彼は半背冪を計算する各段階を冪級数で表し、それら冪級数の係数の極限が上の冪級数の係数に等しくなるという証明を与えている。これは明安図の証明と似ているが、二人の仕事は独立と考えたい。

建部は冪級数を発見しながら、円周率の計算には使わなかったが、松永良弼は『方円算経』(1739)の中で、逆正弦関数の展開を使って小数点以下 50 桁まで計算した。これが江



戸時代を通じての日本記録である。

西洋では 1670 年頃にメルカトール、ニュートン、グレゴリーによってそれぞれ対数関数、正弦関数とその逆及び逆正接関数の冪級数展開が発見され、それがニュートンとライプニッツによる微積分学誕生につながる。残念ながら、中国や日本で同じことは起きなかったが、中国同様日本でも定積分の計算には使われた。

## 引用文献

[1] 室井和男：バビロニアの数学，東京大学出版会，2000.

[2] 川原秀城他訳編：劉徽註九章算術，中国天文学・数学集，朝日出版社，1980，pp.45--271.

[3] 張家山漢簡「算数書」研究会：漢簡「算数書」-- 中国最古の教科書 --，朋友書店，2006.

[4] 銭宝[王宗]編 川原秀城訳：中国数学史，みすず書房，1990.

[5] 池田美恵他訳・解説：ユークリッド原論，共立出版，1971.

[6] 渡辺純成：東洋文庫所蔵の満州語『算法原本』について，数理解析研究所講究録，1392 (2004)，90--103.

[7] 李迪著・大竹茂雄--陸人瑞訳：中国の数学通史，森北出版，2002.

[8] 金田章裕：古地図からみた古代日本，中公新書，1999.

[9] 吉田光由著大矢真一校注：塵劫記，岩波文庫，1977.

[10] 清水布夫校注：古今算法記，江戸初期和算選書第3巻2，研成社，1993.

[11] 小川東：関孝和「発微算法」--現代語訳と解説--，大空社，1994.

[12] 木村欣司--野呂正行 他：関孝和の問題を解く，数式処理，11(2005)，35--42.

[13] 後藤武史--小松彦三郎：17世紀日本と18--19世紀西洋の行列式，終結式及び判別式，数理解析研究所講究録，1392(2004)，117--129.

[14] 佐藤健一：算俎 --現代訳と解説--，研成社，1987.

[15] 小松彦三郎：綴術算経の異本と成立の順序，数理解析研究所講究録，1130(2000)，229--244，1392(2004)，69--70.